
Математическое моделирование принятия решений в гостиничном бизнесе в условиях неопределенности

Ветохин А. Н.,

к. ф. -м. н., доцент ИТиГ (филиал РГУТиС)

Силаева И. В.,

доцент ИТиГ (филиал РГУТиС)

В статье рассматриваются различные критерии принятия решений в условиях неопределенности и возможности применения этих критериев с разной степенью риска. Предлагается математическая модель и анализ вероятных последствий принятия того или иного решения на примере из сферы гостиничного бизнеса.

Ключевые слова: прикладная математика, статистика, методы принятия решений в условиях неопределенности.

The authors analyse various criteria for taking decisions under uncertainty and possibilities of implementing these criteria with different levels of risk. The article suggests a mathematic model and the analysis of probable consequences of taking this or that decision on the example from lodging business.

Key words: Applied Mathematics, Statistics, Methods of Making Decisions under Uncertainty.

В настоящее время мировой туристский рынок характеризуется высокой степенью конкуренции, и специалист, работающий в сфере туризма и гостиничного бизнеса,

должен быть готов к принятию решений в условиях неопределенности конкурентной среды. В то же время современные условия требуют совершенствования содержания прикладных аспектов математики в системе профессиональной подготовки студентов профильных туристских вузов. Прикладная математическая подготовка будущего специалиста — это не только система знаний по прикладной математике, но и профессионально значимые умения применять аппарат и методологию прикладной математики в сфере туризма и гостеприимства.

В данной работе рассматриваются методы построения и анализа математических моделей принятия решений в условиях неопределенности. Считаем, что описанные методы могут быть предложены для изучения в курсе «Прикладная математика» (специальности 080502 «Экономика и управление на предприятии» и 080507 «Менеджмент организации»).

Одним из важнейших профессиональных умений менеджера и экономиста является умение принятия управленческих решений. Управление предприятием гостиничного бизнеса в условиях рыночной экономики характеризуется наличием боль-

шого количества факторов неопределенности и риска. Эти факторы многократно возрастают в период кризиса и нестабильности в экономике, когда значительная часть решений принимается в условиях постоянного изменения факторов внешней среды. Проблему принятия решений можно рассматривать как проблему анализа сложных систем. Принимая решения, современные руководители, функциональные менеджеры, экономисты-аналитики должны опираться не только на опыт и интуицию, но прежде всего использовать научные методы принятия решений.

Математическая теория принятия решений позволяет специалисту глубже понять сущность проблемы и избежать ненужных ошибок. В теории принятия решений есть специальный термин: ЛПР — лицо, принимающее решение. Это субъект управления, в качестве ЛПР может выступать менеджер, экономист, предприниматель, руководитель или группа лиц.

ЛПР в процессе принятия решения оперирует следующими понятиями: неопределенность, случайность, вероятность, и может быть склонным к различной степени риска.

Неопределенность — это неполное или неточное представление о значениях различных параметров в будущем, связанное с неполнотой или неточностью информации об условиях реализации решения. Неопределенность представляет собой более широкое понятие, чем случайность, при этом не все случайное можно измерить вероятностью. Неопределенность того, какой цифрой вверх ляжет игральный кубик, отличается от нео-

пределенности того, каким будет состояние российской экономики через 15 лет.

Коротко говоря, уникальные единичные случайные явления связаны с неопределенностью, массовые случайные явления обязательно допускают некоторые закономерности вероятностного характера. Кроме того, неопределенность не является абсолютной.

ЛПР взаимодействует с внешней средой и имеет представление о множестве возможных состояний среды. Неопределенность, связанная с возможностью возникновения в ходе реализации принятого решения неблагоприятных последствий, характеризуется понятием риск.

Риск — это деятельность, связанная с преодолением неопределенности в ситуации неизбежного выбора, в процессе которой имеется возможность количественно и качественно оценить вероятность достижения желаемого результата. Риск связан с выбором определенных альтернатив. Можно выбрать решение, содержащее меньше риска, но при этом меньше будет и получаемая прибыль. При самом высоком риске прибыль имеет наиболее высокое значение.

В процессе принятия решения в условиях неопределенности ЛПР необходимо определить цель решения, найти возможные варианты решения проблемы, просчитать возможные исходы каждого решения, оценить каждый исход и выбрать оптимальное решение на основе поставленной цели в зависимости от допустимой степени риска (табл. 1).

В статье рассматриваются следующие критерии, которые рекомендуются при принятии решения в зависимости от степени риска.

Таблица 1

Степень риска	Рекомендуемый критерий
наибольшая осторожность	правило Вальда
минимальный риск	правило Сэвиджа
компромисс в решении (зависит от коэффициента пессимизма)	правило Гурвица
равная возможность всех альтернатив	правило Лапласа

Выбор критерия принятия решений является наиболее сложным и ответственным этапом. При этом не существует каких-либо общих рекомендаций. Если принимается очень ответственное решение и даже минимальный риск недопустим, то следует использовать правило Вальда — гарантированного результата. Если же определенный риск допустим, то выбирают правило Сэвиджа. С точки зрения математической теории моделирования принять решение — это значит решить некоторую экстремальную задачу, т.е. найти экстремум функции, которую называют целевой, при некоторых ограничениях.

Предположим, что ЛПР рассматривает несколько возможных решений $i=1, \dots, m$. Ситуация неопределенна, понятно лишь, что наличествует какой-то из вариантов $j=1, \dots, n$. Если будет принято i -е решение, а ситуация есть j -я, то фирма, возглавляемая

ЛПР, получит доход q_{ij} . Матрица $Q=(q_{ij})$ называется матрицей последствий (возможных решений).

Построим математическую модель принятия решений в условиях неопределенности на примере из сферы гостиничного бизнеса.

Пример 1

Предприниматель намерен взять в аренду отель сроком на один год. Имеются отели четырех типов: на 20, 30, 40, 50 комнат. По условиям аренды предприниматель должен оплатить все расходы, связанные с содержанием отеля. Эти расходы (в некоторых денежных единицах) приведены в табл. 2. Доход предпринимателя составляет 200 у.е. в сутки с каждой занятой комнаты. Требуется определить оптимальный размер арендуемого отеля с целью получения максимальной прибыли.

Таблица 2				
Затраты предпринимателя	Число комнат			
	20	30	40	50
1. Расходы, не зависящие от выбора проекта отеля (у.е. в год)				
а) затраты на благоустройство территории	10 000	12 000	20 000	40 000
б) затраты на текущий ремонт и содержание отеля	1 500	3 000	6 000	10 000
в) оплата труда сотрудников службы безопасности	6 000	6 000	12 000	12 000
г) оплата труда сотрудников службы приема и размещения	8 000	8 000	14 000	16 000
д) арендная плата	200 000	300 000	400 000	500 000
2. Расходы, зависящие от числа комнат отеля (у.е. в год)				
а) затраты на оборудование номера (меблировка, установка сантехники и т.д.)	2 000	2 000	2 000	2 000
б) затраты на содержание одной комнаты	150	150	150	150

Окончание				
Затраты предпринимателя	Число комнат			
	20	30	40	50
в) страхование на случай пожара для одной комнаты	25	25	25	25
г) оплата труда сотрудников службы обслуживания номеров (1 горничная на 10 комнат)	6 000	6 000	6 000	6 000
3. Расходы, зависящие от числа занятых комнат (у.е. в сутки)				
а) хозяйственные затраты (стирка, уборка)	25	25	25	25
б) коммунальные платежи (электричество, водоснабжение и т.д.)	25	25	25	25

Решение поставленной задачи начнем с составления матрицы последствий. Альтернативами здесь являются типы отелей, поэтому в качестве множества альтернатив можно взять $I = \{20, 30, 40, 50\}$. В рассматриваемом примере в качестве исхода можно рассматривать прибыль, которую получит предприниматель за год аренды отеля. При фиксированной альтернативе $i \in I$ его прибыль полностью определяется средним числом j занятых комнат (т.е. в качестве единственного параметра, характеризующего состояние среды, здесь выступает среднегодовой спрос). Поэтому в качестве множества ситуаций в данной задаче можно взять $J = \{1, 2, \dots, 50\}$. Целевая функция q имеет здесь следующий содержательный смысл: q_{ij} — это прибыль, которую получит предприниматель за год в ситуации, когда он арендует отель из i комнат, а среднегодовой спрос равен j . Найдём целевую функцию в явном виде.

Расходы, не зависящие от выбора проекта отеля, составляют

$$10\,000 + 1500 + 6000 + 8000 + 200\,000 = 225\,500$$

(для 20 комнат),

$$12\,000 + 3000 + 6000 + 8000 + 300\,000 = 329\,000$$

(для 30 комнат),

$$20\,000 + 6000 + 12\,000 + 14\,000 + 300\,000 = 452\,000$$

(для 40 комнат),

$$40\,000 + 10\,000 + 12\,000 + 16\,000 + 500\,000 = 578\,000$$

(для 50 комнат).

Расходы, зависящие от числа i комнат отеля, равны

$$2000i + \frac{6000}{10}i + 150i + 25i = 2775i.$$

Расходы, зависящие от числа j занятых комнат, таковы

$$365(25j + 25j) = 18\,250j.$$

Доход предпринимателя определяется числом j занятых комнат и составляет в год

$$365 \times 200j = 73\,000j.$$

Отсюда прибыль предпринимателя за год в ситуации (i, j)

$$q_{ij} = \begin{cases} 73\,000j - (2775i + 18250j + 225500), & j = 1, \dots, 20 \\ 814\,000, & j = 21, \dots, 50 \end{cases}$$

(для 20 комнат),

$$q_{ij} = \begin{cases} 73\,000j - (2775i + 18\,250j + 329\,000), & j = 1, \dots, 30 \\ 123\,0250, & j = 31, \dots, 50 \end{cases}$$

(для 30 комнат),

$$q_{ij} = \begin{cases} 73\,000j - (2775i + 18\,250j + 452\,000), & j = 1, \dots, 40 \\ 1627000, & j = 41, \dots, 50 \end{cases}$$

(для 40 комнат),

$$q_{ij} = 73\,000j - (2775i + 18\,250j + 578\,000), \quad j = 1, \dots, 50$$

(для 50 комнат).

Таким образом, таблица последствий имеет следующий вид (табл. 3).

Таблица 3				
Тип отеля	0	1	...	50
20 номеров	−281 000	−226 250	...	814 000
30 номеров	−412 250	−357 500	...	1 230 250
40 номеров	−563 000	−508 250	...	1 627 000
50 номеров	−716 750	−662 000	...	2 020 750

Какое же решение нужно принять ЛПР? В ситуации полной неопределенности могут быть высказаны лишь некоторые рекомендации предварительного характера. Они не обязательно будут приняты ЛПР. Многое будет зависеть, например, от его склонности к риску. Но как оценить риск в данной схеме? Допустим, мы хотим оценить риск, который несет *i*-е решение. Нам неизвестна реальная ситуация. Но если бы ее знали,

то выбрали бы наилучшее решение, т.е. приносящее наибольший доход. Иначе говоря, если ситуация есть *j*-я, то было бы принято решение, дающее доход $Q_j = \max_i q_{ij}$. Значит, принимая *i*-е решение, мы рискуем получить не q_j , а только q_{ij} , значит, принятие *i*-го решения несет риск недобрать $r_{ij} = q_j - q_{ij}$. Матрица $R = (r_{ij})$ называется матрицей рисков. В примере с арендой отеля матрица рисков представлена в табл. 4.

Таблица 4				
Тип отеля	0	1	...	50
20 номеров	0	0	...	1 206 750
30 номеров	131 250	131 250	...	790 500
40 номеров	282 000	282 000	...	393 750
50 номеров	435 750	435 750	...	0

Заметим для дальнейшего, что здесь мы в первый раз встретились с количественной оценкой риска. Некоторым ориентиром при принятии решений могут служить следующие правила-рекомендации.

1. Правило Вальда (правило крайнего пессимизма). Рассматривая *i*-е решение, будем полагать, что на самом деле ситуация складывается самая плохая, т.е. приносящая самый малый доход $a_i = \min_j q_{ij}$. Но теперь уж выберем решение i_0 с наибольшим a_i . Итак,

правило Вальда рекомендует принять решение i_0 , такое, что

$$a_{i_0} = \max_i a_i = \max_i \left(\min_j q_{ij} \right).$$

Так, в вышеуказанном примере имеем: $a_1 = -281\,000$, $a_2 = -412\,250$, $a_3 = -563\,000$, $a_4 = -716\,750$. Теперь из чисел a_1 , a_2 , a_3 , a_4 находим максимальное. Это — a_1 . Значит, правило Вальда рекомендует арендовать отель из 20 комнат.

2. Правило Сэвиджа (правило минимального риска). При применении этого правила анализируется матрица рисков $R = (r_{ij})$. Рассматривая i -е решение, будем полагать, что на самом деле складывается ситуация максимального риска $b_i = \max_j r_{ij}$. Но теперь уж выберем решение i_0 с наименьшим b_i . Итак, правило Сэвиджа рекомендует принять решение i_0 , такое, что

$$b_{i_0} = \min_i b_i = \min_i \left(\max_j r_{ij} \right)$$

Так, в вышеуказанном примере имеем $b_1 = 1\,206\,750$, $b_2 = 790\,500$, $b_3 = 393\,750$, $b_4 = 435\,750$. Теперь из чисел b_1 , b_2 , b_3 , b_4 находим минимальное. Это b_3 . Значит, правило Сэвиджа рекомендует арендовать отель из 40 комнат.

3. Правило Гурвица (взвешивающее пессимистический и оптимистический подходы к ситуации). Принимается решение i , на котором достигается максимум

$$\left\{ \lambda \min_j q_{ij} + (1 - \lambda) \max_j q_{ij} \right\},$$

где $0 \leq \lambda \leq 1$. Значение λ называется коэффициентом пессимизма и выбирается из субъективных соображений. Если λ приближается к единице, то правило Гурвица приближается к правилу Вальда, при приближении λ к нулю правило Гурвица приближается к правилу «розового (крайнего) оптимизма». В примере, при $\lambda = 0,5$ получаем следующие значения (табл. 5).

Таблица 5			
Количество комнат	$\min_j q_{ij}$	$\max_j q_{ij}$	$\left\{ 0,5 \min_j q_{ij} + (1 - 0,5) \max_j q_{ij} \right\}$
20	-281 000	814 000	266 500
30	-412 250	1 230 250	409 000
40	-563 000	1 627 000	532 000
50	-716 750	2 020 750	652 000

Следовательно, в этом случае правило Гурвица рекомендует арендовать отель

из 50 комнат. При $\lambda = 0,74$ получаем значения, представленные в табл. 6.

Таблица 6			
Количество комнат	$\min_j q_{ij}$	$\max_j q_{ij}$	$\left\{ 0,74 \min_j q_{ij} + (1 - 0,74) \max_j q_{ij} \right\}$
20	-281 000	814 000	3 700
30	-412 250	1 230 250	14 800
40	-563 000	1 627 000	6 400
50	-716 750	2 020 750	-5 000

Следовательно, в этом случае правило Гурвица рекомендует арендовать отель из 30 комнат.

4. Правило Лапласа (правило равновероятности), когда вероятности всех ситуаций считают равными $\frac{1}{n}$. После этого можно выбрать какое-нибудь из двух приведенных ниже правил-рекомендаций принятия решений.

Правило максимизации среднего ожидаемого дохода. Средний ожидаемый доход, получаемый фирмой, определяется при ре-

ализации i -го решения, определяется формулой

$$M[Q_i] = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_{ij}.$$

Правило рекомендует принять решение, приносящее максимальный средний ожидаемый доход.

В примере максимальный средний ожидаемый доход соответствует 3-му решению, т.е. в данном случае лучше всего арендовать отель из 40 комнат (табл. 7).

Таблица 7					
Тип отеля	0	1	...	50	$M[Q_i] = \frac{1}{50} \sum_{j=1}^{50} q_{ij}$
20 номеров	-281 000	-226 250	...	814 000	588 558,8
30 номеров	-412 250	-357 500	...	1 230 250	731 058,8
40 номеров	-563 000	-508 250	...	1 627 000	746 705,8
50 номеров	-716 750	-662 000	...	2 020 750	652 000

Правило минимизации среднего ожидаемого риска. Средний ожидаемый риск фирмы при реализации i -го решения, определяется формулой $M[R_i] = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n r_{ij}$.

Правило рекомендует принять решение, влекущее минимальный средний ожидаемый риск. Вычислим средние ожидаемые риски в примере.

Таблица 8					
Тип отеля	0	1	...	50	$M[R_i] = \frac{1}{50} \sum_{j=1}^{50} r_{ij}$
20 номеров	0	0	...	1 206 750	340 147,0
30 номеров	131 250	131 250	...	790 500	197 647
40 номеров	282 000	282 000	...	393 750	182 000
50 номеров	435 750	435 750	...	0	276 705,8

Минимальный средний ожидаемый риск соответствует 3-му решению, т.е. в дан-

ном случае лучше всего арендовать отель из 40 комнат (табл. 8).

Представим в табл. 9 возможные варианты принятия решения в рассмотренном

примере в зависимости от степени риска.

Таблица 9		
Степень риска	Рекомендуемый критерий	Тип отеля
наибольшая осторожность	правило Вальда	20 комнат
минимальный риск	правило Сэвиджа	40 комнат
коэффициент пессимизма $\lambda = 0,5$	правило Гурвица	50 комнат
коэффициент пессимизма $\lambda = 0,74$		30 комнат
максимальный средний ожидаемый доход	правило Лапласа	40 комнат
минимальный средний ожидаемый риск		40 комнат

Выше рассмотрены сценарии принятия решения в случае отсутствия какой-либо информации о вероятностях исходов. Теперь предположим, что в рассматриваемой схеме известны вероятности p_j того, что реальная ситуация развивается по варианту j . Имен-

но такое положение называется частичной неопределенностью. Как здесь принимать решение?
Доход, получаемый фирмой при реализации i -го решения, является случайной величиной Q_i с рядом распределения

Q_i	q_{i1}	q_{i2}	...	q_{im}
Вероятность	p_1	p_2	...	p_m

математическим ожиданием (ожидаемый доход)

$$M[Q_i] = \sum_{j=1}^n q_{ij} \times p_j$$

и средним квадратичным отклонением (показатель риска)

$$\sigma[Q_i] = \sqrt{\sum_{j=1}^n (q_{ij} - M[Q_i])^2 \times p_j}$$

Пример 2

Предприниматель намерен взять в аренду отель сроком на один год. Условия аренды и доходов предпринимателя описаны в условии примера 1. Определить оптимальный размер арендуемого отеля с целью получения максимальной прибыли, если ряд распределения вероятностей исходов имеет вид, представленный на рис. 1.



Рис. 1. Распределение вероятностей

Найдем ожидаемые доходы и риски (в их новом определении) доходов Q_i . Результаты

вычислений представлены в табл. 10.

Таблица 10

Тип отеля	$M[Q_i] = \sum_{j=1}^n q_{ij} \times p_i$	$\sigma[Q_i] = \sqrt{\sum_{j=1}^n (q_{ij} - M[Q_i])^2 \times p_i}$
20 номеров	75 833	732 204
30 номеров	876 708	195 200
40 номеров	805 745	193 569
50 номеров	652 000	193 570

Нанесем средние ожидаемые доходы и риски на плоскость — доход откладываем по горизонтали, а риски — по вертикали (рис. 2). Получили четыре точки. Чем правее точка (M, σ) , тем более доходное решение, чем точка выше — тем более оно рисковое.

Значит, нужно выбирать точку правее и ниже. Точка (M', σ') доминирует точку (M, σ) если $M' \geq M, \sigma' \leq \sigma$. В нашем случае 1 решение доминирует 2, 3 доминирует 2 и 3 доминирует 4. Но 1 и 3 решения не-сравнимы — доходность 3 больше, но и риск ее тоже больше.

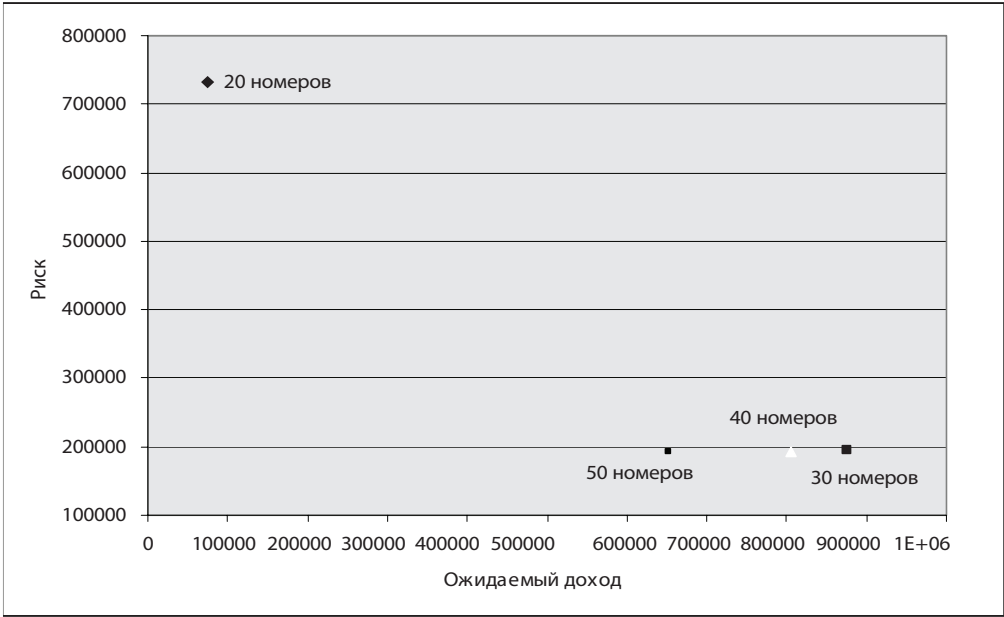


Рис. 2. Множество точек оптимальных по Парето Я в Моем Мире

Точка, которая не доминируется никакой другой, называется оптимальной по Парето, а множество всех таких точек называется множеством оптимальности по Парето. Легко видеть, что если из рассмотренных решений надо выбрать лучшее, то его обязательно надо брать из решений, оптимальных по Парето.

Для нахождения лучшего решения иногда применяют подходящую взвешивающую формулу, которая для пар (M, σ) дает одно число, по которому и определяют лучшее решение. Рассмотрим в качестве обобщенного критерия $q(M, \sigma) = M - \lambda \sigma$

где λ — некоторая постоянная. Фактически этот критерий представляет собой взвешенную сумму частных критериев M и σ с весовыми коэффициентами 1 и $-\lambda$. При $\lambda > 0$ оценка случайной величины с помощью обобщенного критерия $q(M, \sigma)$ меньше, чем ее среднее значение, что характерно для осторожного человека, т. е. человека, не склонного к риску. Напротив, при $\lambda < 0$ оценка $q(M, \sigma)$ больше, чем ее среднее значение, что характеризует человека, склонного к риску. Наконец, при

$\lambda = 0$ оценка $q(M, \sigma)$ случайной величины совпадает с ее средним значением (т. е. возможные отклонения случайной величины от ее среднего значения от ее среднего игнорируются) — это характеризует человека, безразличного к риску. Для оценки величины показателя λ воспользуемся неравенством Чебышева. Пусть принимающий решение не склонен к риску, т. е. $\lambda > 0$. Так как оценкой случайного дохода Q служит число $M - \lambda \sigma$, то «неприятность» для принимающего решение наступает тогда, когда $Q < M - \lambda \sigma$. Оценим вероятность этого события. В этом случае выполняется неравенство $M - Q > \lambda \sigma$ следовательно $|M - Q| > \lambda \sigma$. В силу неравенства Чебышева, вероятность последнего соотношения меньше, чем

$$D(Q) / (\lambda \sigma)^2 = \sigma^2 / (\lambda \sigma)^2 = 1 / \lambda^2.$$

Таким образом, вероятность того, что случайная величина Q примет значение, меньшее ее оценки $M - \lambda \sigma$ не превосходит $1 / \lambda^2$. Пусть в примере с отелем $\lambda = 3$, тогда обобщенный критерий рекомендует арендовать отель из 30 номеров.

Таблица 11

Тип отеля	M	σ	$q(M, \sigma) = M - 3 \sigma$
20 номеров	75 833	732 204	-2 120 779
30 номеров	876 708	195 200	291 108
40 номеров	805 745	193 569	225 038
50 номеров	652 000	193 570	71 290

При этом решении вероятность того, что случайный доход «не опустится» ниже оценки $M - 3\sigma$, будет не менее $1 - 1/9 = 8/9 \approx 0,9$, т. е. почти 90 %. Такую степень риска можно считать невысокой.

Рассмотренные в статье методы показывают возможности применения математических моделей и оценок при анализе вероятностных последствий принятия решений

в сфере туризма и гостеприимства. Гостиничная индустрия характеризуется высокой степенью риска ввиду сезонного характера спроса и высокой зависимости от капиталовложений. Знание принципов оптимального поведения в условиях неопределенности дает необходимую научную обоснованность и позволяет в определенной мере оптимизировать процесс принятия управленческих решений.

Литература

1. Розен В.В. Модели принятия решений в экономике. М.: Высшая школа, 2002.

2. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. М.: ЮНИТИ, 1997.